

粒子法を用いた越波の数値シミュレーション

水圏環境工学研究室 高下 忠時

1. はじめに

太陽光や風などの自然界に存在するエネルギーを獲得する装置が種々提案されている。海洋の波も大きなエネルギーを所有しており、波浪エネルギーを利用する様々な装置が提案されている。そのうち越波を利用して水位差を獲得し位置エネルギーを利用する装置がある。それは図-1 に示す反射型越波堤と図-2 に示す浮体構造物として用いる透過型越波堤に分かれる。これら越波堤の越波特性は模型実験によって検討されているが、実験の経費や手間を考えると数値実験で越波特性を検討できることが望まれている。

メッシュレス法的一种である粒子法 (moving particle semi-implicit method) は流体を多数の粒子の集まりとして考え、ラグランジュ的に粒子を追跡していく計算方法であり、越波のように水面が大きく変形する問題に大きな威力を発揮する。本研究では、粒子法の越波特性の再現能力を検討するものである。

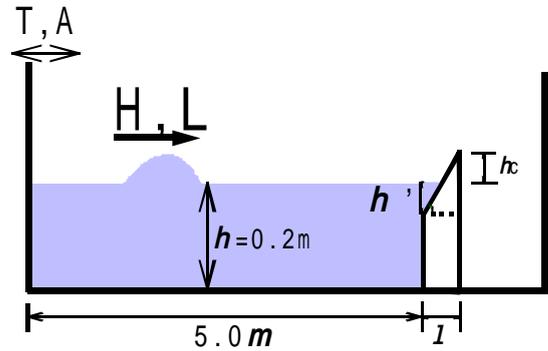


図-1 反射型越波堤の初期状態

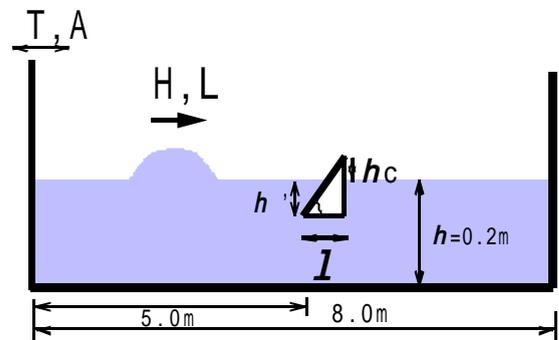


図-2 透過型越波堤の初期状態

2. 解析方法

2.1 基礎式

流体運動は式(1)で示される Navier-Stokes の式で記述される。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -(V \cdot \nabla)V + F - \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p + \nu \Delta V \quad (1)$$

ここに、 $V$ : 速度成分,  $\rho$ : 水の密度,  $\nu$ : 動粘性係数,  $p$ : 圧力,  $F$ : 単位質量当りの体積力である。

粒子法は連続体の離散的な計算を粒子間相互作用モデルを通じて行うものである。まず、移流項は粒子の移動として直接計算される。圧力項および粘性項は次のようなモデルで表現され、離散化される。

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\text{dim}}{n^0} \sum_{i \neq j} \left\{ \frac{p_j - p_i}{r^2} \cdot r \cdot w(r) \right\} \quad (2)$$

$$n \langle \nabla^2 V \rangle_i = \frac{2n \cdot \text{dim}}{n^0 I} \sum_{i \neq j} \left\{ (V_j - V_i) \cdot w(r) \right\} \quad (3)$$

$$\text{ここで, } w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (r \leq r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases}$$

$$\langle n_i \rangle = \sum_{i \neq j} w(r) \quad I = \frac{\sum_{i \neq j} \{w(r) \cdot r^2\}}{\sum_{i \neq j} w(r)}$$

dim: 空間の次元数,  $n^0$ : 非圧縮条件下での粒子数密度の一定値,  $w(r)$ : 重み関数,  $I$ : 変数分布の分散を解析解と一致させるための係数,  $n_i$ : 粒子*i*の位置における粒子数密度,  $r$ : 2つの粒子間の距離,  $r_e$ : 粒子間相互作用の及ぶ範囲の半径( $r_e = 2.1r$ )

圧力項は、当該粒子とその周囲に存在する粒子間の圧力勾配を重み関数で平均化することにより計算され、粘性項は離散型の拡散方程式と等価な物理量の配分関係を用いて、当該粒子とその周囲の粒子間での物理量の配分を行うことによりモデル化される。

2.2 計算過程

計算順序は、まず、粘性項と重力項を与えて粒子

を移動させる計算を陽的に行う。次に、粒子数密度の計算を行う。これを用いて圧力に関する Poisson 方程式を陰的に解いて圧力補正を行い、これに基づいて陽的に求められた流速と圧力を補正する。

表-1 波の諸量 (水深:  $h=20\text{cm}$ )

	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4
振幅 $A(\text{m})$	0.15	0.20	0.10	0.10
周期 $T(\text{sec})$	1.0	1.0	1.5	1.7
波長 $L(\text{m})$	1.1500	1.6000	3.0375	4.3350
波速 $C(\text{m/sec})$	1.1500	1.6000	2.0250	2.5500
波高 $H(\text{m})$	0.098	0.122	0.034	0.068
波形勾配 $H/L$	0.085	0.076	0.011	0.016
$h/L$	0.1739	0.125	0.0658	0.0461

	CASE 5	CASE 6	CASE 7	CASE 8
振幅 $A(\text{m})$	0.15	0.10	0.10	0.20
周期 $T(\text{sec})$	2.0	2.5	3.0	3.0
波長 $L(\text{m})$	3.0500	5.1875	5.8275	5.3700
波速 $C(\text{m/sec})$	1.5250	2.0750	1.9425	1.7900
波高 $H(\text{m})$	0.080	0.070	0.036	0.109
波形勾配 $H/L$	0.026	0.013	0.006	0.020
$h/L$	0.0656	0.0386	0.0343	0.0372

### 3. 解析結果

#### 3.1 越波量の次元解析

無次元越波量  $Q/HL$  は波と越波堤の諸量によって次式のように示される。

$$\frac{Q}{HL} = f\left(\frac{H}{L}, \frac{hc}{H}, \frac{h'}{L}, \frac{h}{L}, \frac{l}{L}\right) \quad (5)$$

ここで、 $H/L$  は式(6)の関係を用いると  $\tan \mathbf{q}$  で置換できるため式(5)は式(7)になる。

$$\tan \mathbf{q} = \frac{hc + h'}{l} = \frac{(hc/H) \cdot (H/L) + (h'/L)}{(l/L)} \quad (6)$$

$$\frac{Q}{HL} = f\left(\frac{H}{L}, \frac{hc}{H}, \tan \mathbf{q}, \frac{h}{L}, \frac{l}{L}\right) \quad (7)$$

式(7)から  $Q/HL$  は  $H/L, hc/H, \tan \mathbf{q}, h/L, l/L$  の5つのパラメータの関数として表され、これらのパラメータの影響を受ける。

#### 3.2 解析に用いた波

本研究では表-1 に示す周期、振幅の異なる8種類の波を計算に用いた。振幅  $A$  は  $0.10\text{m}, 0.15\text{m}, 0.20\text{m}$  の3種類、周期  $T$  は  $1.0\text{sec}, 1.5\text{sec}, 1.7\text{sec}, 2.0\text{sec}, 2.5\text{sec}, 3.0\text{sec}$  の6種類である。これらを組み合わ

±

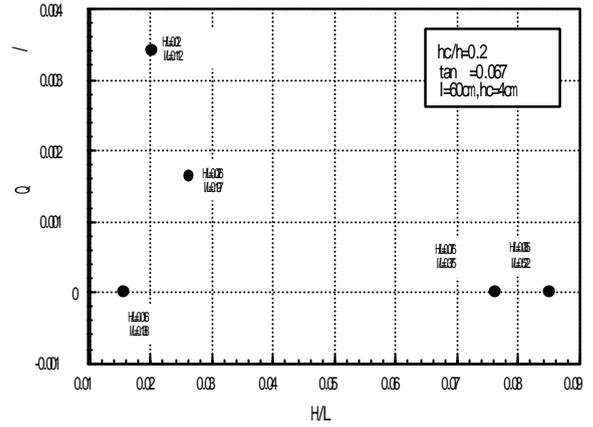


図-3  $H/L - Q/HL$  の関係

( $l=60\text{cm}, h'=0\text{cm}, hc=4\text{cm}, \tan \mathbf{q}=0.067$ )

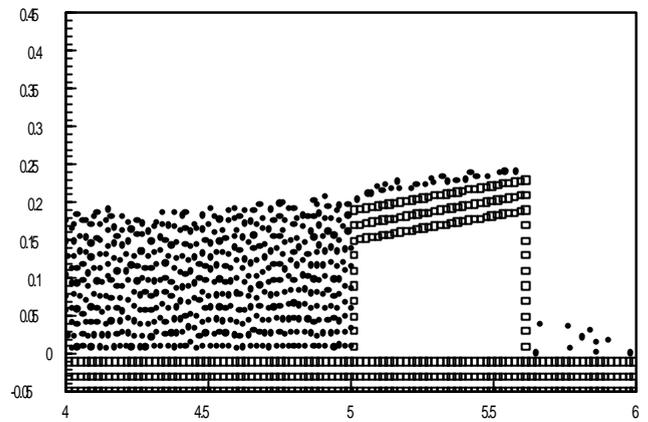


図-4 越波状況 (CASE8  $H/L=0.002, t=7.2\text{sec}$ )

せて8種類の波を発生させた。それぞれの波の波長  $L$ 、波速  $C$ 、波高  $H$  は表-1 のとおりである。また、 $H/L$  は波形勾配であり、 $0.006 \sim 0.085$  の範囲となっている。相対水深  $h/L$  は発生した波のいずれの場合にも  $0.5$  以下であるので発生した波は浅海波であり、このパラメータの影響は小さいものと思われる。

#### 3.3 越波量の算定

計算領域は、図-1 に示すように、水深  $h=20\text{cm}$ 、全長  $800\text{cm}$  の鉛直2次元場で、左壁から  $500\text{cm}$  の位置に越波堤を設置した。法先水深  $h'$ 、天端高  $hc$  の値は表-1 に示す。ここでの粒子半径  $r=0.02\text{m}$ 、 $r_e=0.042\text{m}$  であり、粒子数は反射型越波堤で約  $4000$  個、透過型越波堤で約  $5400$  個であり、時間  $8\text{sec}$  まで計算を行い、越波する水粒子の数  $B$  を求めた。そして、 $B$  を用いて1波当りの越波量  $Q$  を計算した。 $Q$  は次式によって与えられる。

$$Q = \left(\frac{B}{d}\right) \cdot \left(\frac{V}{n_w}\right) \quad (\text{m}^2/\text{波}) \quad (4)$$

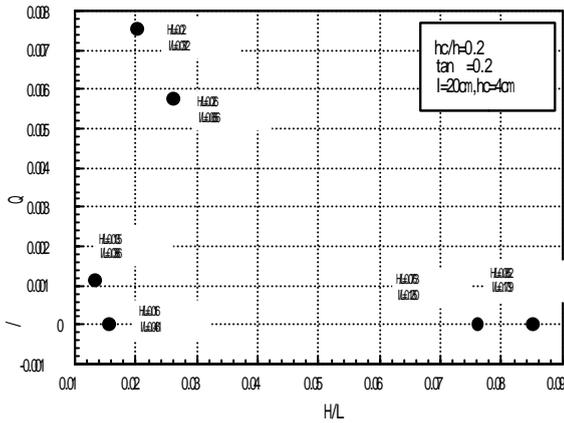


図-5 H/L - Q/HL の関係

( $l=20\text{cm}$  ,  $h'=0\text{cm}$  ,  $hc=4\text{cm}$  ,  $\tan =0.200$ )

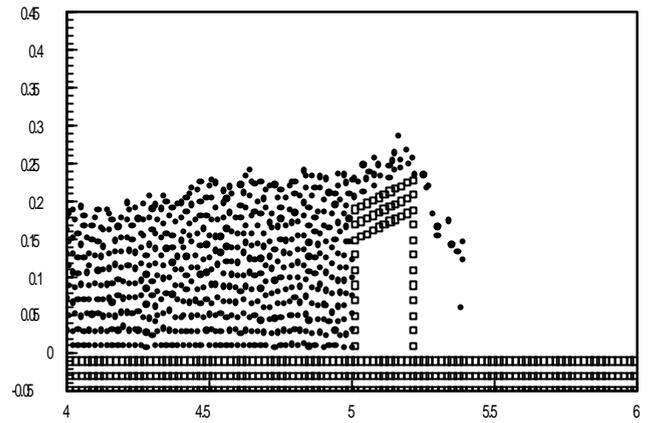


図-6 越波状況 (CASE8  $H/L=0.002$  ,  $t=6.4\text{sec}$ )

ここで、 $d$ :越波堤に衝突する波の数、 $V$ :水槽内の水の単位幅当りの体積( $\text{m}^2$ )、 $n_w$ :計算領域に存在する全水粒子数(個)である。

### 3.4 波の違いによる越波量の相違

図-3は幅  $l=60\text{cm}$ 、天端高  $hc=4\text{cm}$ 、法先水深  $h'=0\text{cm}$ 、法面勾配  $\tan =0.067$  の反射型越波堤において表-1の5種類の波を衝突させた時の越波量である。横軸に波形勾配  $H/L$  を、縦軸に無次元越波量  $Q/HL$  を取った。これから  $H/L=0.02$  付近で越波が確認できる。

つぎに、幅  $l=20\text{cm}$ 、天端高  $hc=4\text{cm}$ 、法先水深  $h'=0\text{cm}$ 、法面勾配  $\tan =0.067$  の反射型越波堤において表-1の6種類の波を衝突させた時の越波量である。横軸に波形勾配  $H/L$  を、縦軸に無次元越波量  $Q/HL$  を取った。越波堤の幅が小さくなったため  $H/L$  が  $0.002$  以下の波でも越波が確認された。また、越波量も図-3の場合よりも大きくなっていることが分かる。

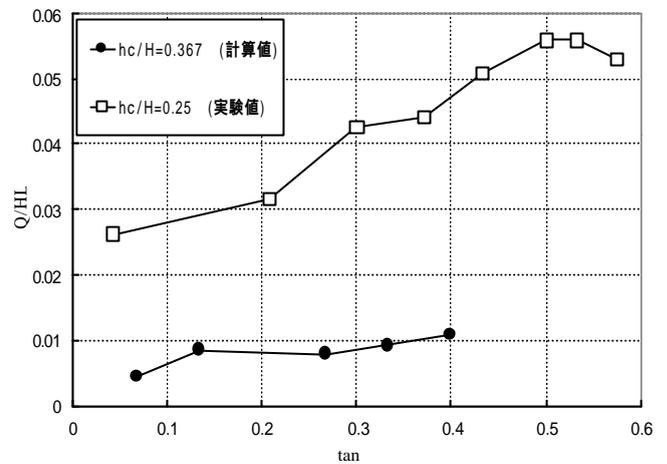


図-7  $\tan$  と  $Q/HL$  の関係

(反射型,  $l=60\text{cm}$  ,  $h'=4\text{cm}$  ,  $\tan =0.067 \sim 0.6$ )

### 3.5 越波堤の形状の違いによる越波量の相違

#### 3.5.1 反射型越波堤

つぎに、図-3、図-5において最も越波量の大きかった CASE8(周期  $T=3\text{sec}$ 、振幅  $A=0.2\text{m}$ 、 $H/L=0.02$ )の波について法先水深  $h'$  と天端高  $hc$  を変化させて解析を行った。まず、 $hc=4\text{cm}$  と固定し、 $h'$  を  $0\text{cm} \sim 20\text{cm}$  の5種類で計算を行った。その結果を図-7に示す。横軸は  $\tan$  であり、縦軸は無次元越波量  $Q/HL$  である。図中には比較のために岡田らが行った造波水槽による越波の実験結果(1995)も示している。岡田らは長さ  $16\text{m}$ 、水深  $0.40\text{m}$ 、幅  $0.25\text{m}$  の水深一様の造波水槽において、左壁から  $10\text{m}$  に位置に越波堤を設置し実験を行っている。実験結果と

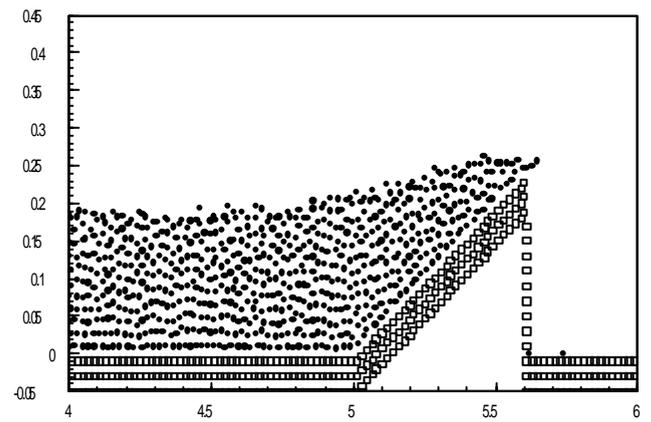


図-8 越波状況 (反射型)

( $hc/H=0.367$  ,  $t=6.4\text{sec}$  ,  $\tan =0.4$ )

解析結果を比べると無次元天端高  $hc/H$  が異なるため  $Q/HL$  の厳密な定量的な比較は出来ないが、

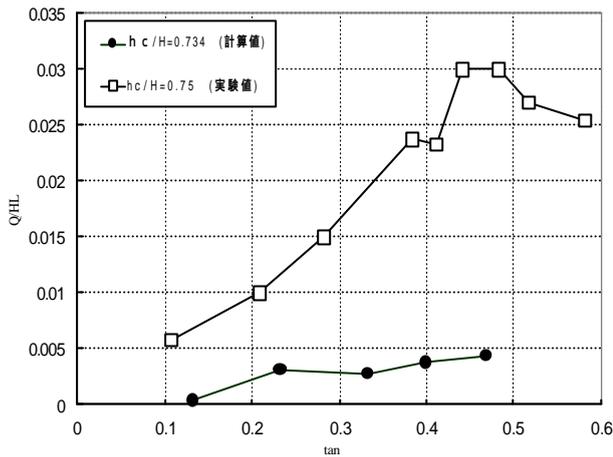


図-9 tan と Q/HL の関係  
(反射型,  $l=60\text{cm}$ ,  $h'=8\text{cm}$ ,  $\tan =0.1 \sim 0.6$ )

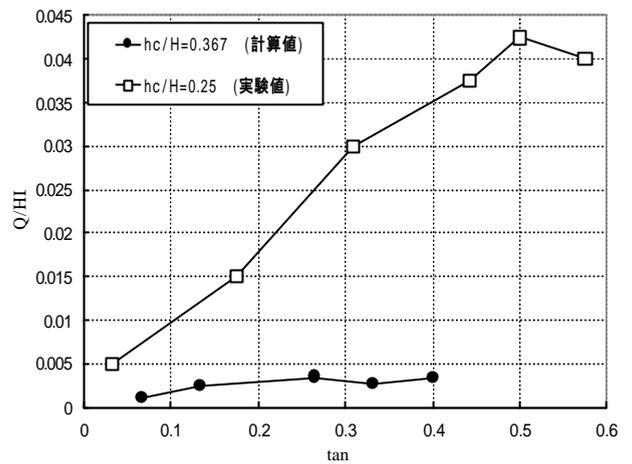


図-10 tan と Q/HL の関係  
(透過型,  $l=60\text{cm}$ ,  $h'=4\text{cm}$ ,  $\tan =0.1 \sim 0.6$ )

$\tan =0.4$  付近までは増加傾向にあることが分かる。図-8 は代表的な越波状況を示している。つぎに、CASE8 の波について法先水深  $h'$  と天端高  $hc$  を変化させて解析を行った。 $hc=8\text{cm}$  と固定し、 $h$  を  $0\text{cm} \sim 20\text{cm}$  の 5 種類で計算を行った。図-9 はその結果を示している。 $\tan =0.4$  付近までは全体的に増加傾向にあることが分かる。 $hc$  を大きくすることによって図-7 と比較して越波量は小さくなっていることが分かる。

### 3.5.2 透過型越波堤

CASE8 の波を用いて透過型越波堤に関する越波の数値解析を行った。 $h'$ ,  $hc$ ,  $l$  の条件は図-7, 9 の場合と同じである。図-10, 12 はそれぞれ  $hc=4, 8\text{cm}$  における  $\tan$  と  $Q/HL$  のグラフである。付近までは全体的に増加傾向にあることが分かる。しかし、 $\tan =0.3$  以後は反射型越波堤の場合とは異なり、越波量は横這いになって推移している。また、図-11 と図-13 を比較して  $hc$  を大きくすることによって越波量は小さくなっていることが分かる。

## 4. 結語

本研究では越波現象を粒子法を用いて数値シミュレーションを行ったが、越波堤の形状の相違によって透過型越波堤よりも反射型越波堤の方が越波量は大きいことが数値解析によっても再現された。また、法先水深  $\tan$  を大きくすることによって越波堤の越波能力が増すという従来の実験結果の再現を行うこともできた。今後の課題としては、より大きな水深での解析を行い実験データとの比較を行い、数値解析の再現能力を確認する必要があると考えられる。

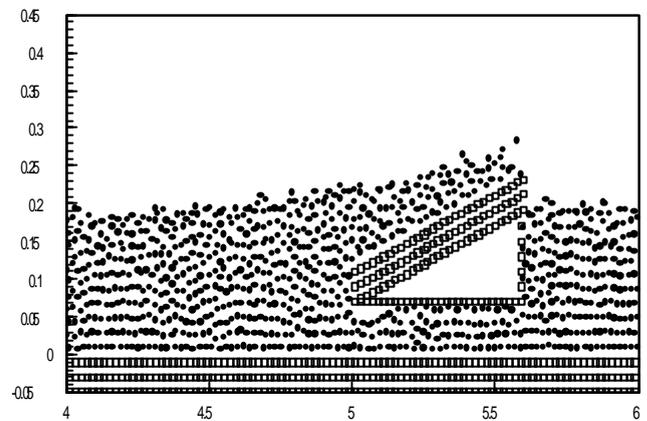


図-11 越波状況 (透過型)  
( $hc/H=0.367$ ,  $t=6.4\text{sec}$ ,  $\tan =0.266$ )

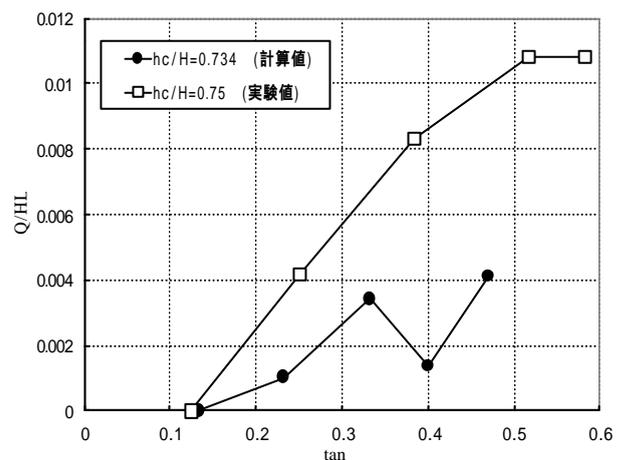


図-12 tan と Q/HL の関係  
(透過型,  $l=60\text{cm}$ ,  $h'=8\text{cm}$ ,  $\tan =0.1 \sim 0.6$ )