摩擦損失水頭と平均流公式（重要！）（第 5 回補足のプリントと内容的には同じ）

Darcy-Weisbach の式を記す．

$$h_f = f\frac{l}{4R}\frac{v^2}{2g} = f\frac{l}{D}\frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

h_f は摩擦損失水頭である．h_f は f，D，l が与えられているときに断面平均流速 v（または流量 Q）で水を流すために必要な落差と解釈できる．実務では以下の問題が考えられる．

①f，D，l，v（または Q）より落差 h_f を求める．→Darcy-Weisbach の式（一般には式(2)）を用いる．

$$\Delta E = h_f + \sum_{i=1}^{N} h_i = \int_A^B \frac{f}{4R}\frac{v^2}{2g}dx + \sum_{i=1}^{N}\xi_i\frac{v_i^2}{2g} \quad (2)$$

②f，D，l，h_f より v（または Q）を求める．→式（3）を用いる．

$$v = \sqrt{\frac{2}{f}}\sqrt{gDI} = \sqrt{\frac{8}{f}}\sqrt{gRI} \quad (3)$$

摩擦損失係数 f の決定

Colebrook の式（半理論的な式）は次式で表される．

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2\log_{10}\left(\frac{2k_s}{D} + \frac{18.7}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) = 1.74 - 2\log_{10}\frac{2k_s}{D} - 2\log_{10}\left(\frac{3.31}{u_* k_s/\nu} + 1\right) \quad (4)$$

この式は理論的にも妥当であり，精度も優れている．

平均流公式

上記の問題②に対して従来から多くの経験式（実験式）が提案されている．

Manning（マニング）の式

$$v = \frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} \quad (5)（重要！）$$

ここで，v は断面平均流速（m/sec），n は Manning の粗度係数（$s/m^{1/3}$），I（$=h_f/l$）は動水勾配（―），R は径深（m）である．

注意：Manning の粗度係数は[$L^{-1/3}T$]の次元を持つ係数である．単位は必ず m，s を使用しなければいけない．

Chezy（シェジー）の式

$$v = C\sqrt{RI} \quad (6)$$

ここで，C は Chezy の粗度係数（$m^{1/2}/s$）である．この式も単位に m，s を使用する．

平均流公式では摩擦損失係数 f（無次元）の代わりに，粗度係数（有次元）を与える必要がある．

粗度係数と摩擦損失係数の関係

式（3）と式（5）を比較すると次式をえる．

$$v = \frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} = \frac{R^{2/3}}{n\sqrt{gR}}\sqrt{gRI} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}}\sqrt{gRI} = \sqrt{\frac{8}{f}}\sqrt{gRI} \quad (14) \qquad f = \frac{8gn^2}{R^{1/3}} \quad (7)$$

同様に式（3）と式（6）の比較を行うと次式を得る．

$$v = C\sqrt{RI} = \frac{C}{\sqrt{g}}\sqrt{gRI} = \sqrt{\frac{8}{f}}\sqrt{gRI} \quad (16) \qquad f = \frac{8g}{C^2} \quad (8)$$

Manning の粗度係数 n と Chezy の粗度係数 C の関係は

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$ となる．

3. Manning の式の水理学的意味づけ（粗度係数 n と相当粗度 k_s の関係づけ）

Manning の式や Chezy の式は多くの実験や観測結果を基にして得られた経験的な式で，当初は明確な水理学的根拠が希薄であった．その後 Manning の式の水理学的裏付けが試みられた．ここでは以下のようにして Manning の式の水理学的意味を考える．

式（15）はレイノルズ数 Re には無関係なので完全粗面の場合の Colebrook の式と比較可能である．

$$v = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}}\sqrt{gRI} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}}u_* \quad \to \quad \varphi \equiv \frac{v}{u_*} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} = \frac{k_s^{1/6}}{n\sqrt{g}}\frac{R^{1/6}}{k_s^{1/6}} = \frac{k_s^{1/6}}{n\sqrt{g}}\left(\frac{R}{k_s}\right)^{\frac{1}{6}} \qquad (9)$$

ここで，φは流速係数，u_*は摩擦速度，k_s は相当粗度である．

完全粗面の Colebrook の式（式（4）において Re→∞，D=4R とおく）は $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2\log_{10}\dfrac{k_s}{2R}$ となる．

これを変形していくと

$$\varphi \equiv \frac{v}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \sqrt{8}\times\left(1.74 - 2\log_{10}\frac{k_s}{2R}\right) = 6.62 + 5.66\log_{10}\frac{R}{k_s} \qquad (10)$$

式（9）と式（10）から R/k_s を消去すると

$$\frac{k_s^{1/6}}{n\sqrt{g}} = \varphi\times\left(10^{\frac{\varphi-6.62}{5.66}}\right)^{-\frac{1}{6}} \qquad (11)$$

実線が式（11）のグラフである（教科書 p.45 の図 2.8，以下にも示している）．8≦φ≦15 の範囲では式（11）はほぼ一定と見なせる．

$$\frac{k_s^{1/6}}{n\sqrt{g}} = 7.66 \qquad (12)$$

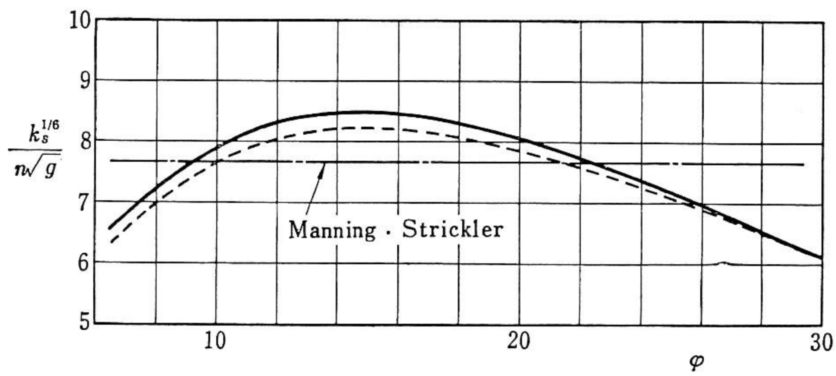

図-1　式(11)のグラフ

式（12）を Manning-Stricler（マニング・ストリクラー）の式という．Manning の粗度係数 n は管路の材質（すなわち相当粗度 k_s）だけで決定される．式（12）から次式が得られる．

$$\varphi \equiv \frac{v}{u_*} = 7.66\left(\frac{R}{k_s}\right)^{\frac{1}{6}} \qquad f = 0.136\left(\frac{k_s}{R}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.216\left(\frac{k_s}{D}\right)^{\frac{1}{3}}$$