堰と水門の流れ(1)　 堰を過ぎる流れと流量評価

Hydraulics of weir and water gate #1

Weir and discharge formulation

教科書 pp.105-108

１．オリフィス

1-1　小型オリフィス（教科書 p. 27–28 参照）

図-1 は小型オリフィスの模式図である．ここで，v_A は接近流速，h_a は接近流速水頭（$= v_A^2/2g$），a はオリフィスの断面積である．水表面上の A 点とオリフィスからの水脈中の B 点にベルヌイの定理を適用する．基準面を B 点と同じ位置にとり，また水脈中の圧力は大気圧に等しくなることを考慮すれば次式が得られる．

$$\frac{v_A^2}{2g}+h+0=\frac{v_B^2}{2g}+0+0 \qquad (1)$$

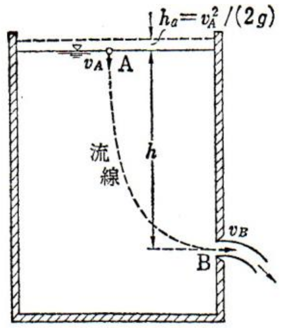

図-1　小型オリフィス

したがって，オリフィスからの流出速度は $v_B=\sqrt{2g(h+v_A^2/2g)}=\sqrt{2g(h+h_a)}$ となる．また接近流速水頭を微少として，これを無視すれば以下のようになる．

$$v_B=\sqrt{2gh} \qquad (2)$$

式（2）はトリチェリー（Torricelli）の定理として知られている．小型オリフィスでは，オリフィス断面内の流速は式（2）で代表できるので，オリフィスからの流出流量はオリフィス断面積を掛けることで得られる（ここで言う小型とはオリフィス断面内の流速が一様であることを意味している）．

$$Q=Ca\sqrt{2gh} \qquad (3)$$

ここで C は補正係数で流量係数と呼ばれる．およそ 0.6～0.64 の値をとる．

1-2　矩形断面の大型オリフィス

小型オリフィスでは，水はオリフィスの断面内で一様に流れるものとして流出流量を導いた．しかし，オリフィスの断面積が大きくなるとオリフィス断面内での流速の変化を考慮しなければならない．このようなオリフィスを大型オリフィスと呼ぶ．

図-2 に示すような幅 b の矩形の大型オリフィスを考える．水表面から鉛直下向きに座標 z をとる．オリフィスの上端までの水深を H_2，オリフィス下端までの水深を H_1 とする．水深 z における流速はトリチェリーの定理から

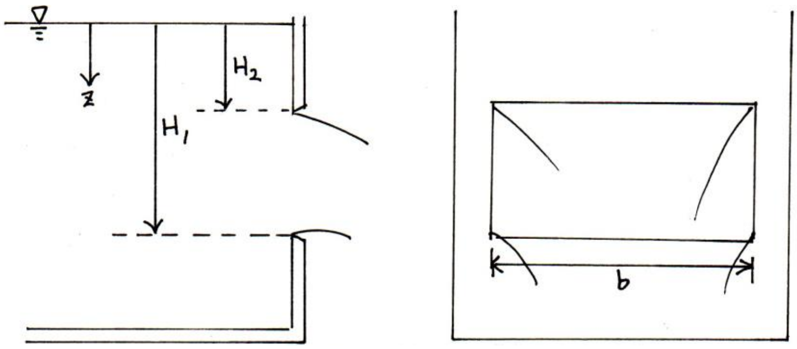

図-2　矩形断面大型オリフィス

$$v=\sqrt{2g(z+h_a)} \qquad (4)$$

となる．ここで h_a は接近流速水頭である．流出流量 Q はこの式を H_2 から H_1 まで積分し，幅 b を掛けることで得られる．流量係数 C を導入すれば流出流量 Q は以下のように導出される．

$$Q = Cb\int_{H_2}^{H_1}\sqrt{2g(z+h_a)}dz = Cb\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(z+h_a)^{3/2}\right]_{H_2}^{H_1} = \frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}\left\{(H_1+h_a)^{3/2}-(H_2+h_a)^{3/2}\right\} \qquad (5)$$

接近流速水頭を無視すれば次式のようになる．

$$Q = \frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}\left\{H_1^{3/2}-H_2^{3/2}\right\} \qquad (6)$$

２．堰（weir）

流れを止めて，その上を越流させる構造物を堰という．堰は文字通り流れをせき止めて別の場所に流れを導くために用いられる．また開水路の流量測定や水位調節にも用いられる．

堰の前後で流れは常流から射流へと変わる（完全越流（complete overflow））．したがって堰上で限界水深が発生し支配断面が現れる．水面形を計算する場合には，堰頂で境界条件（限界水深）を与える．

2-1　刃型堰（sharp crest weir）

図-3 に刃型せきの越流状態を示す．ここで H は越流水深，v_a は接近流速，h_a は接近流速水頭，H_d は堰高，E は越流水頭$(=H+h_a)$である．

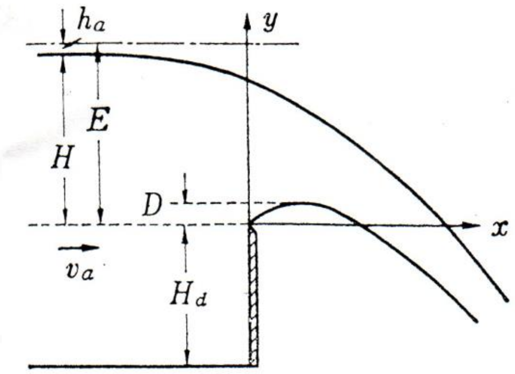

図-3　刃型堰と完全ナップ

刃型堰は堰の厚さ L が越流水深と比較して非常に小さな場合（L/H<<1）をいう．堰上面は安定したナップ（nap：刃型せきを越流した水の流れ）を形成させるために 45 度のエッジ（切り欠け）をつけている．堰には図-4 に示すように四角堰（長方形堰），三角堰，全幅堰（長方形堰）がある．越流水深が大きく，堰から離れて落下する流れを完全ナップといい，越流水深が比較的小さく，堰に付着して流れる付着ナップがある．また両者の中間的なナップ形状として不完全ナップがある．

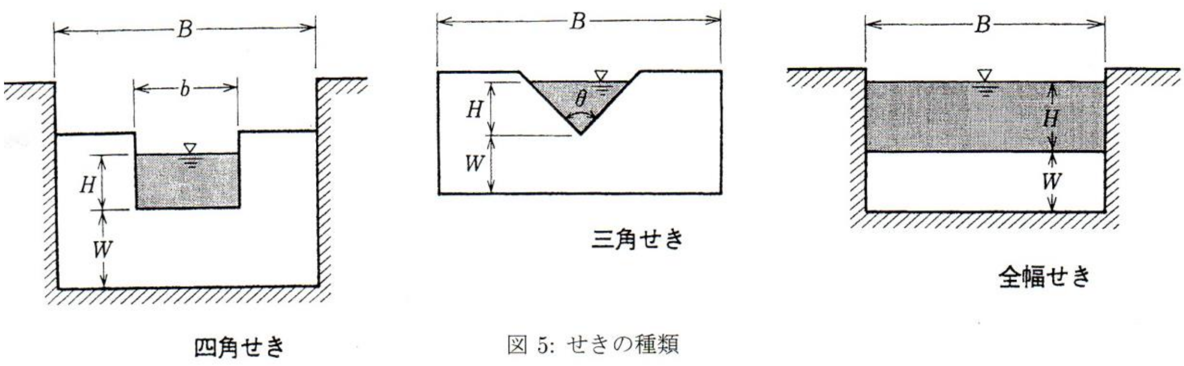

図-4　せきの種類

2-2　長方形堰

・四角堰の流量公式

図-4 に示すような四角堰の流出流量を規定する式（流量公式）を誘導する（流量公式は越流水深 H から流量 Q を算出する式である）．

大型オリフィスの式（式（6））において（接近流速水頭は無視する），$H_1=H$，$H_2=0$ とすれば，

$$Q=\frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}\left\{H_1^{3/2}-H_2^{3/2}\right\}=\frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}H^{3/2}=KbH^{3/2} \qquad (7)$$

ここで K は流量係数で［$L^{1/2}T^{-1}$］の次元を持つ．K については板谷・手島の式がある（m, s 単位で使用）．このように越流水深が分かれば流量が分かることになる．堰は流量を計測するために用いられることが多い．特に実験水路では流量を知るために盛んに用いられている．

・全幅堰の流量公式

全幅堰（堰幅と水路幅が等しい堰）も四角堰と同様に $Q=KbH^{3/2}$ で表される．流量係数 K は石原・井田の式（修正レーボック式）がある．

2-3　三角堰

図-5 に示すように堰底面から上向きに座標 y をとる．y の位置での流速は（接近流速水頭は無視する），

$$v=\sqrt{2g(H-y)} \qquad (8)$$

となる．また y における水面幅は $b(y)=2\tan\dfrac{\theta}{2}y$ である．流出流量は以下のようにして求められる．

$$Q=C\int_0^H vb(y)dy=C\int_0^H \sqrt{2g(H-y)}\cdot 2\tan\frac{\theta y}{2}dy$$

$$=2C\tan\frac{\theta}{2}\cdot\sqrt{2g}\int_0^H y\sqrt{H-y}\cdot dy=\frac{8}{15}C\tan\frac{\theta}{2}\cdot\sqrt{2g}H^{5/2}=KH^{5/2}$$

K については沼知・黒川・淵沢の式がある．

三角堰は比較的流量の少ない場合における流量測定装置として用いられる．

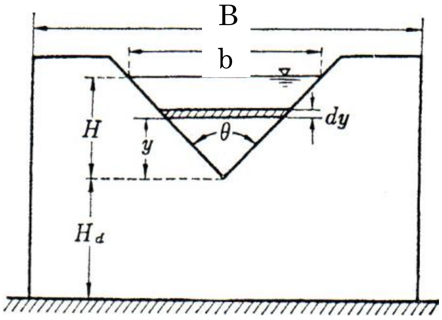

図-5　三角堰の越流

３．幅厚堰（broad crest weir）

頂部にかなりの長さの水平部をもつ堰を幅厚堰（広頂堰）とよぶ。下流側水深が堰高 h_d よりも低い場合は，関頂上部の水深は一様でほぼ限界水深に等しくなる場合がある（図-6 参照）。このような場合を完全越流という。この時，完全流体・静水圧分布を仮定することができる。

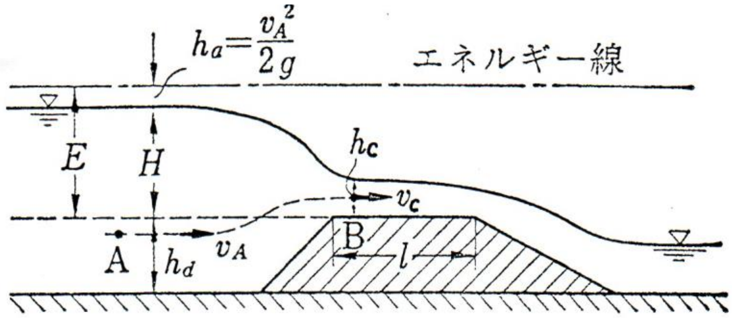

図-6　幅厚ぜき

ここで，v_A は接近流速（A 断面の流速），h_a は接近流速水頭（$=v_A^2/2g$），h_c は限界水深，v_c は限界流の流速である。

幅厚堰の流量公式は以下のようにして求められる。図-6 に示すように，堰高を基準面として上流側断面 A と堰頂上断面 B 間でベルヌイの定理を適用する。断面 B における流れは限界流であり，また完全流体を仮定している（エネルギー損失を考えない）ことに注意すると次式を得る。

$$E = \frac{v_A^2}{2g} + H = h_a + H = \frac{v_c^2}{2g} + h_c \qquad (9)$$

式（9）より $v_c = \sqrt{2g(E-h_c)}$ が得られる。堰の幅を b とすれば流量は

$$Q = bh_c\sqrt{2g(E-h_c)} \qquad (10)$$

限界水深と比エネルギーの関係は $h_c=2E/3$ であるので（フルード数 1 と比エネルギーの定義式から求まる），これを式（10）に代入すると

$$Q = \frac{2}{3}bE\sqrt{\frac{2}{3}g}E^{1/2} = \frac{2}{3}b\sqrt{\frac{2}{3}g}E^{3/2} = KbE^{3/2} \qquad (11)$$

流量係数 K は 1.704 となる。実際には補正係数 C を導入して K=1.704C となる。

２．もぐり堰（sub-merged weir）

図-6 で示した完全越流の例は，上流側で常流，下流側で射流，堰頂で限界流となる場合である。下流側水深が大きくなると下流側でも流れは常流に近づく。そこで図-7 に示す例を考えてみよう。

ここで H_1 は上流側水深，H_2 は下流側水深，E は比エネルギー，h_c は限界水深である。いずれも堰頂上を基準面にしている。

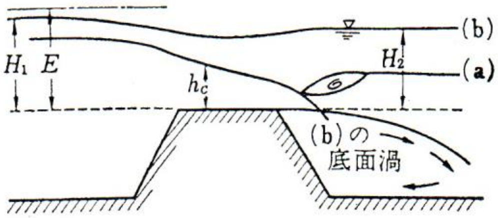

図-7　完全越流ともぐり堰

低い堰では下流側の水位が堰高よりも大きくなることがあるが，堰上の射流が残っていれば支配断面が存在し，下流側の影響を受けない。

図-7（a）の場合（$H_2< h_c$）:

上流から射流への流れで堰上に支配断面が存在する。堰上の流れは下流側の影響を受けない（完全越流）。流量公式は一般に $Q = KbE^{3/2} = Kb(H_1+h_a)^{3/2}$ となり，下流側水深 H_2 に依存しない。（ここで，h_a は接近流速水頭）である。

図-7（b）の場合（$H_2> h_c$）:

堰上で射流域が消失しすべて常流で流れる。このような状態を**もぐり堰**と呼ぶ。もぐり堰では，堰頂以下の部分では渦が形成されている（図中の底面渦）。下流側の水深 H_2 部分の断面平均流速は

$v_2 = \sqrt{2g(E-H_2)}$ となる。せき幅を b とすれば流量は

$$Q = CbH_2v_2 = CbH_2\sqrt{2g(E-H_2)} = CbH_2\sqrt{2g(h_a+H_1-H_2)} \qquad (12)$$

もぐりぜきでは下流の影響を受け，流量の決定には上流および下流の水深が必要となる。

H_2= h_c では完全越流ともぎり堰の境界水深となるが，実際には両状態の中間的な状態が存在する。これを不完全越流という。

側面形状が台形の幅厚堰の各越流状態に対して本間の流量公式がある。